

## 고등과학원에서 수학과 호흡하며...

● 글\_홍규식·고등과학원 수학부



저는 올해 봄부터 수학부연구원으로 임용되어 근무를 하고 있습니다. 고등과학원은 제가 대수 기하학 공부를 시작한 이후로 종종 방문을 했었고, 지난 1년간은 방문 연구원으로 지냈던 곳입니다. 이곳은, 제가 생각하기에, 기분 좋게 연구에 집중할 수 있는 여건이 가장 잘 마련된 곳입니다. 특히, 야간에 고즈넉한 캠퍼스를 산책하면서 이런저런 생각들을 정리하기 아주 좋습니다. 임용 되었을 때 처음 했던 생각이, 이곳에서 주어진 시간을 충분히 누리고, 활용하자는 것이었습니다. 근무하는 동안 그런 생각들을 충실히 실행해 나가려고 합니다.

저는 대수기하학의 한 영역인 birational geometry에 관하여 공부를 하고 있습니다. 두개의 대수 다양체 사이에 양방향으로 rational map이 존재하면 birational map이라고 하고, birational geometry는 대수 다양체들을 birational equivalence에 의해 분류하는 것을 주로 연구하는 분야라고 할 수 있습니다. 좀 더 자세히 말하자면, 주어진 대수 다양체에 대해서  $n$ -차원 사영공간과 birational equivalent라면, 그 대수 다양체를 유리 다양체라고 합니다. 어떤 대수 다양체가 유리 다양체인지 판별하는 것은 매우 중요하고 어려운 문제 중에 하나입니다. 예로서, 매끄러운 삼차의 삼차원 대수 다양체는 유리 다양체가 아니라는 것이 널리 알려져 있습니다.

저는 매끄럽지 않은 대수 다양체에 대해서 유리 다양체인지를 알 수 있는 조건을 연구 합니다. 이것을 연구하는 하나의 방법으로 대수 다양체의 계승성(factoriality)에 대해서 조사를 하고 있습니다. 특이점으로 결절점(node)들을 가지는 사차의 삼차원 대수 다양체의 경우에 계승성을 가지면 유리 다양체가 아니라는 사실이 알려져 있습니다. 주어진 대수 다양체의 계승성은 그 대수 다양체의 결절점들의 개수와 결절점들이 사영공간 안에 어떻게 위치해 있는지에 영향을 많이 받습니다. 문제를 단순화 시키면,  $n$ -차원 사영공간 안에 유한개의 점들이 어떤 규칙을 가지고 놓여 있다고 가정하면, 그 점들을 지나는 특정한 차수를 가지는 곡선이나 곡면들이 얼마나 있는가를 계산하는 것이 계승성의 문제를 해결하는 직접적인 단서가 됩니다. 특정한 다항식들이 주어진 대수 다양체만을 생각하는 것이 아니기 때문에 더욱 추상적인 문제로 변하게 됩니다.



예를 들어, 이차원 사영공간 안에 임의의 5개점이 딱 하나의 이차 곡선을 결정 할 수 도 있고, 아닐 수도 있습니다. 전자의 경우를 5개의 점이 이차곡선에 대해서 일반적인 위치에 놓여있다고 합니다. 일반적인 위치에 있는 점들을 지나는 곡선이나 곡면이 얼마나 존재 하는지는 자연스럽게 계산이 되는 부분입니다. 한편, 이차원 사영 공간 안에서 점들이 일반적인 위치에 놓여 있다 하더라도 그 점들을 중복도를 가지면서 지나는 평면 곡선이 얼마나 존재 하는가에 대해 해결되지 않은 문제도 있습니다(nagata의 추측). 그러면,  $n$ -차원 사영공간 안에 일반적인 위치에 있지 않는 (약간 일반적인 위치에 있는) 점들을 지나는 곡선이나 곡면은 얼마나 존재 할까요? 이 자연스러운 물음에 대한 답을 연구 하고 있습니다. 문제 자체를 이해하기 쉬우면 답을 찾기 힘들다는 말들을 들곤 했었는데요, 그 말이 자꾸 떠오르게 되는 문제 인 것 같습니다.

학위를 받은 후 독립적인 연구자로 성장해 나가는데 조급함이 무척 많았습니다. 좋은 여건에서 연구를 하게 된 지금은 조급함 보다는 기분 좋은 맘으로 문제를 생각하고 생활을 하고 있습니다. 모두들 건강하고 행복하세요.