

슈뢰딩거의 고양이(Schrödinger's cat)와 빛의 고양이 상태(Optical cat state)의 구현

글_이주희·고등과학원 계산과학부 연구원



출처_ <http://meditationandspiritualgrowth.com/>

양자역학으로 인해 과학기술은 놀라운 발전을 가져왔다. 현대물리학의 초석이라 불려도 과언이 아닌 양자역학은 등장 초반부터 그 해석에 있어서 수많은 논란과 논쟁을 가져왔고, 그러한 논쟁들은 1세기가 지난 지금에도 계속되고 있다. 아이러니컬하게도 물질의 파동 이론을 도입하여 양자역학에서 기본이 되는 파동 방정식을 정립한 슈뢰딩거(E. Schrödinger) 역시 그가 기여한 양자역학의 확률론적 해석에 대해 부정적인 입장을 가지고 있었다. 그는 1935년에 '슈뢰딩거의 고양이(Schrödinger's cat)'이라는 가설 이론 실험을 제안하여 양자역학의 불완전함을 보이려 하였다. 그 내용은 다음과 같다.

외부세계와 완전히 차단되어 있는 상자에 고양이 한 마리가 갇혀 있다. 그 상자 안에는 시간당 50% 확률로 붕괴하는 원자핵이 있으며, 그 원자핵이 붕

괴할 경우 망치가 작동해서 유독성 가스가 담겨 있는 유리병을 깨는 장치가 되어 있다. 따라서 원자핵이 붕괴하면 고양이는 죽게 되고 원자핵이 붕괴하지 않으면 고양이는 살게 된다. 그렇다면, 한 시간 후에 고양이는 어떻게 되어 있을까? 양자역학에서는 원자핵의 상태가 관측하기 전에 각각 1/2 확률로 붕괴하는 경우와 붕괴하지 않는 경우의 중첩(superposition)으로 표현된다. 이에 따라서 고양이도 다음과 같이 살아 있는(alive) 상태와 죽어있는(dead) 상태의 중첩 상태로 존재하게 된다.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{원자핵 붕괴}| \text{죽은 고양이}) + |\text{원자핵 붕괴X}| \text{살아 있는 고양이})$$

이것은 고양이가 살아 있으면서도 죽어있는 상태라는 것을 의미한다. 물론 한 시간이 지난 후 상자를 열어보았을 때, 관측자가 볼 수 있는 경우는 붕괴되어 있는 핵과 죽어 있는 고양이거나 붕괴하지 않는 핵과 살아 있는 고양이뿐이다. 이에 대한 해석을 두고 양측은 다른 주장을 한다. 먼저 양자역학의 확률론적 해석에 의하면 상자를 열기 전에는 죽어 있는 고양이와 살아 있는 고양이의 중첩상태이지만, 열고 확인하는 순간 둘 중에 하나의 상태로 고정되므로 관찰(measurement)이라는 행위가 고양이의 생사를 결정하며, 결과에 영향을 준다고 주장을 했다. 반면에 슈뢰딩거와 더불어 고전적 관점에

의하면, 관찰의 여부에 상관없이 고양이는 이미 죽어 있는 상태거나 살아 있는 상태일 뿐이므로 이미 결정되었다는 입장을 취한다. 그 외에도 휴에버렛의 고양이가 죽은 세계와 살아 있는 세계는 따로 있다고 주장하는 다중 세계 해석론 등이 있다. 앞으로도 연구이론에 따라 다양한 해석이론들이 제시될 여지가 있다.

앞에서 말했듯이 슈뢰딩거의 고양이 실험은 고양이 이틀 가지고 직접 실험한 것이 아닌 일종의 사고 실험이다. 따라서 이렇게 많은 논란이 있는 고양이 상태를 직접 물리적으로 구현해보는 것은 매우 중요한 문제이다. 그러나 실제로 고양이를 가지고 실험하는 것은 현실상의 여러 문제들 때문에 불가능하므로, 그를 대체할 만한 물리 상태가 필요하다. 다음에는 빛의 상태를 이용한 고양이 상태의 구현에 대해 소개해보도록 하겠다.

광 결맞음 상태들의 중첩(superposition of optical coherent states)을 이용한 고양이 상태

슈뢰딩거 고양이 상태(Schrödinger's cat state)는 앞에서 언급했듯이 죽은 고양이와 살아 있는 고양이처럼 거시적으로(macroscopically) 구분이 가능한(distinguishable) 두 상태들의 중첩(superposition)으로 정의할 수 있다. 이렇게 정의된 상태는 비단 양자역학의 해석뿐 아니라 양자정보학 분야에서도 매우 중요한 역할을 한다. 그러한 상태의 전형적인 예로 아래의 식에서 표현했듯이 충분히 큰 진폭을 가지며, 서로 반대 부호의 위상(phase)을 가진 두 결맞음 상태들(optical coherent state)의 중첩상태를 들 수 있다.

$$|\Psi\rangle_{\text{cat}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + e^{i\theta} |-\alpha\rangle). \quad (1)$$

여기서 결맞음 상태 $|\alpha\rangle$ 는 푸아송 분포(Poisson distribution)을 가지며, 위상공간에서 항상 0 이상의 확률분포를 갖는 등 고전적 특성을 따르고 있는 양자 상태다. 결맞음 상태는 이상적인 레이저

빛의 상태로도 알려져 있으며 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (2)$$

슈뢰딩거 고양이 상태를 구성하는 위상이 반대 부호고 진폭이 같은 두 결맞음 상태는 $\langle -\alpha|\alpha\rangle = \exp(-2|\alpha|^2)$ 의 식에서 알 수 있듯이 서로 직교하지 않으나, 진폭 $|\alpha|$ 가 충분히 큰 수를 갖는다면 두 결맞음 상태의 내적이 0에 가까워지고 이는 곧 서로 식별이 가능하다는 것을 의미한다. 따라서 식(1)에서의 중첩상태는 슈뢰딩거의 고양이 상태라 할 수 있다. 이러한 빛의 슈뢰딩거 고양이 상태는 식(1)에서의 θ 값에 따라 세 가지 상태로 나눌 수 있다. 먼저 Dodonov와 여러 명의 학자들은 θ 가 0일 때와 π 일 때의 경우의 상태를 제시하였고 그 상태들은 식(3)에서 볼 수 있듯이 각각 홀수의 광자 수 상태와 짝수의 광자 수 상태만을 가지기 때문에 각각 even number cat state와 odd number cat state로 명명할 수 있다.

$$|\Psi\rangle_{\text{cat}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\cosh|\alpha|^2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{2n}}{\sqrt{(2n)!}} |2n\rangle, & \theta=0 \\ \frac{1}{\sqrt{\sinh|\alpha|^2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!}} |2n+1\rangle, & \theta=\pi \end{cases} \quad (3)$$

또한 $\theta=2\pi$ 일 때의 상태를 Yurke-Stoler가 제시했으며, 이 경우는 앞의 두 경우와는 다르게 홀수 짝수 모두의 광자 수 상태를 모두 포함한다.

이러한 구별 가능한 두 거시적 상태의 중첩은 양자 간섭현상과 더불어 고전적으로 일어날 수 없는 현상들을 일으킨다. 이는 다음과 같이 간섭 요소(interference term)가 존재하지 않는 광 결맞음의 통계적인 혼합상태(statistical mixture of optical coherent states)인 ρ_{mix} 와 비교해보면 더 명확히 관

찰할 수 있다.

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{1}{2}(|\alpha\rangle\langle\alpha| + |-\alpha\rangle\langle-\alpha|) \quad (4)$$

양자 중첩으로 인한 비고전적 특성을 보이기 위해 여러 방법이 존재하지만 우리는 그중에서 준확률분포(quasi-probability distributions)들 중의 하나인 위그너 분포(Wigner distribution)를 통해서 살펴보도록 하겠다. 여기서 준확률분포는 고전적 확률분포와 유사한 성질을 갖지만, 양자상태에 대해 고전적 확률분포에서 일어날 수 없는 현상이 생기기 때문에 붙여진 이름이다.

그림 1은 $\alpha=3$ 인 경우에 대해 even number cat state, $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$ 와 ρ_{mix} 의 각각의 위그너 분포를 나타낸 것이다.

먼저 그림 1-(b)의 광 결맞음 혼합 상태(statistical mixture)인 경우, 서로 반대 부호의 두 α 값, $\alpha=3$ (cf. 살아 있는 고양이 상태)과 $\alpha=-3$ (cf. 죽어 있는 고양이 상태)에서 각각 봉우리(peak)가 나타난다. 그리고 위상공간 전 영역에서 0 이상의 값을 가지는 확률분포를 가진다. 이와는 대조적으로, 그

림 1-(a)에서는 두 봉우리들(peak) 사이에 간섭무늬(interference fringes)가 존재함을 볼 수 있다. 이러한 중첩(superposition)과 간섭 요소(Interference term)들로 인해서 음의 값을 가지는 확률분포가 생기며, 이는 확률분포는 항상 0보다 큰 값을 가져야 한다는 고전적인 성질에서 벗어난 비고전적(nonclassical) 특성을 야기함을 알 수 있다.

이러한 빛의 결맞음 상태로 구성된 슈뢰딩거 고양이 상태는 빔 분할기(beam splitter)와 같이 간단한 선형 광학계를 통과시키면 양자 정보학의 핵심이라고 할 수 있는 얽힌 상태(entangled state)를 만들 수 있다는 점에서 양자 정보과학분야에서도 매우 중요한 역할을 한다. 그렇다면 이러한 빛의 결맞음 상태로 이루어진 슈뢰딩거 고양이 상태는 어떻게 구현할 수 있을까? 가장 대표적인 실험적 구현은 1999년 Gerry에 의해 제안되었다. 그가 제시한 실험장치는 아래 그림에서 볼 수 있듯이 마흐-젠더(Mach-Zehnder) 간섭계와 Kerr 매개체, 위상천이기(phase-shifter), 두 개의 광자검출기가 필요하다.

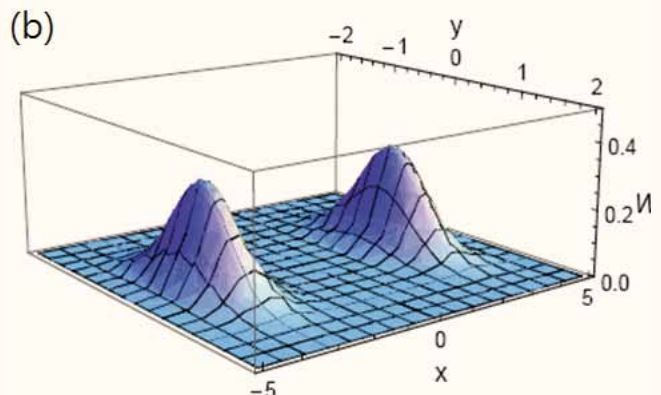
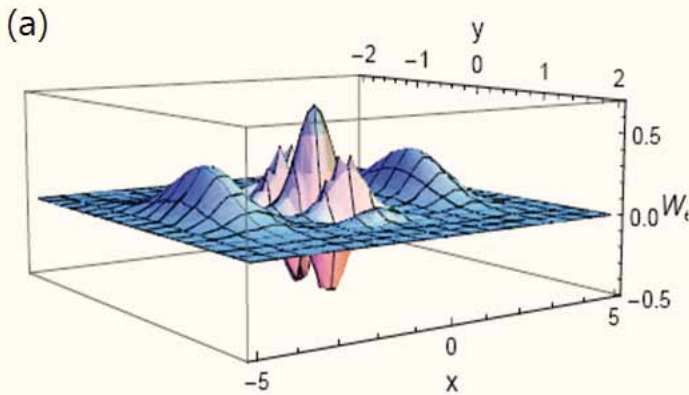


그림 1. $\alpha=3$ 일 때 위상공간에서의 위그너 분포 (a) even number Schrödinger cat state (b) 광 결맞음 혼합상태 (statistical mixture of optical coherent states) ρ_{mix} .

두 모드(mode) 사이의 Kerr 상호작용을 나타내는 해밀토니안(Hamiltonian) H_{Kerr} 은 아래와 같다.

$$H_{\text{Kerr}} = \hbar K \hat{a} \hat{a} \hat{b} \hat{b} \quad (5)$$

여기서 K 는 비선형 매개체의 3차 비선형 자화율(susceptibility) $\chi^{(3)}$ 와 연관된 상수이다. 마흐-젠더 간섭계의 두 입사모드에는 각각 진공상태(vacuum state)와 단광자 상태(single-photon state)가 준비되어야 하며, 모드 a 에는 결맞음 상태(coherent state) $|\alpha\rangle_a$ 가 필요하다. 아래 그림에서 두 번째 빔 분할기를 통과하면 전체 상태는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} \left[|1, 0\rangle_{bc} (e^{i\theta} |\alpha\rangle - |\alpha e^{-iKt}\rangle)_a + i |0, 1\rangle_{bc} (e^{i\theta} |\alpha\rangle + |\alpha e^{-iKt}\rangle)_a \right] \quad (6)$$

만약에 Kerr 매개체가 충분히 길거나 상수 Kt 가 π 값을 갖는다면, 식(6)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{2} \left[|1, 0\rangle_{bc} (e^{i\theta} |\alpha\rangle - |-\alpha\rangle)_a + i |0, 1\rangle_{bc} (e^{i\theta} |\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)_a \right] \quad (7)$$

두 광자 검출기 중 하나만 검출되었을 때(동시에 검출되는 경우는 제외), 모드 a 에는 중첩된 광 결맞음 상태(빛의 고양이 상태)가 생성이 된다. 그러나 현실에서 Kerr 매개체의 비선형 계수 $\chi^{(3)}$ 는 매우 작은 수이기 때문에 Kt 값이 π 을 갖기 위해서는 엄청나게 길이가 긴 비선형 매개체가 필요하거나, 오랜 시간이 필요하다. 그 시간 동안 결맞음 깨짐 현상(decoherence)과 위상요동(phase fluctuation)도 역시 일어나므로, 결국 실제로는 광 결맞음 상태의 중첩으로 이루어진 고양이 상태 구현은 불가능하다고 할 수 있다. 이렇듯 양자 중첩을 만들어내는 것은 간단한 문제가 아니며, 실령 중첩을 만들어 냈다 하더라도 주변 환경의 영향에 의해 급히 죽어 있는 상태나 살아 있는 상태 중 하나로 전이해 버린다는 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 결맞음 상태가 아닌 상대적으로 실험적 구현이 쉬운 거시적으로 구별 가능한 상태들의 중첩에 대한 방안들이 제안되고 있다. 그러한 상태들은 고양이 상태 중첩과 유사성으로 인해서 슈뢰딩거 고양이와 같은 상태(Schrödinger-cat-like state)라

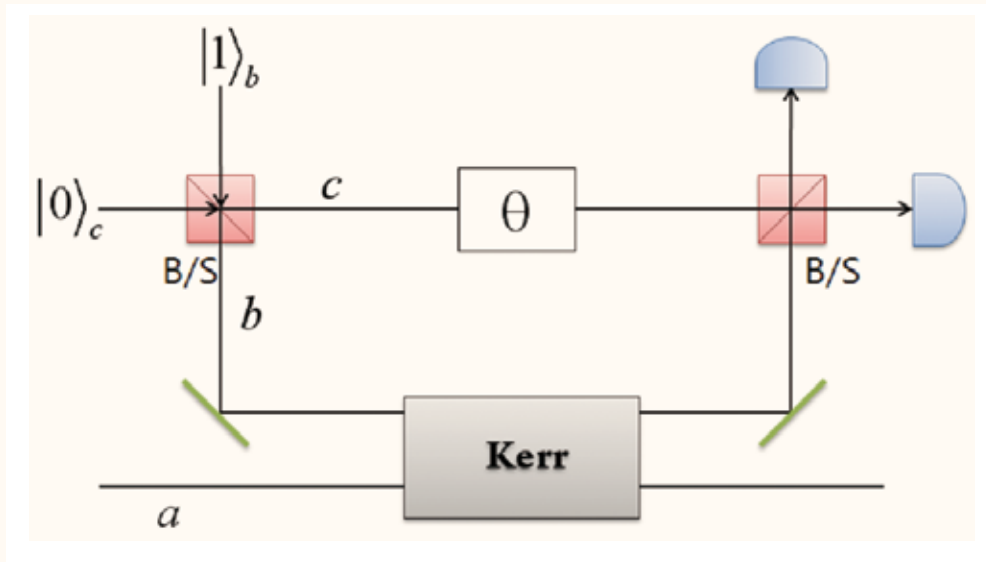


그림 2. 1999년 Gerry가 제안한 마흐-젠더 간섭계와 Kerr 매개체를 이용한 광 슈뢰딩거 고양이 상태 구현. 여기서 B/S는 빔 분할기를 가리킨다.

부르기도 한다. 우리나라에서는 서울대학교 물리학과 정현석 교수님께서 퀸즐랜드대(University of Queensland) 연구원 재직 시절에 프랑스연구팀과 함께 광자수 상태(number state)를 이용하여 슈뢰딩거 고양이 상태의 구현에 성공하여 2007년도 네이처지에 연구결과가 소개되기도 하였다. 정현석 교수님과 프랑스 연구소의 실험팀은 여러 개의 광자로 이루어진 광자빔을 빔분할기로 나누어 서로 중첩되어 있도록 만들고 한쪽에서는 이를 측정할 수 있는 장치를 설치하여 생사가 중첩된 고양이처럼 위치가 중첩되어 있는 광자들을 측정하는 결과를 얻었다.

결론적으로 슈뢰딩거의 고양이 상태의 해석에 대한 논쟁은 완전히 결론이 나지 않고 현재진행 중이며, 더 이상 과학의 영역만이 아닌 철학의 영역으로 뻗어 가고 있다. 슈뢰딩거의 고양이 상태는 비단 물리학에서의 중요한 패러다임이라는 의미뿐만 아니라 양자정보학에서의 활용이라는 유용성 때문에 끊임없이 연구진행 중에 있다. 완벽하고 거대한 고양이의 상태가 구현되어 미래의 양자정보기술 발달에 기여하기를 기대해본다.

참고문헌

- [1] E. Schrödinger, *Naturwissenschaften* **23**, 807 (1935).
- [2] V. Dodonov *et al.*, *Physica* **72**, 597(1974).
- [3] B. Yurke and D. Stoler, *Phy. Rev. Lett.* **57**, 13(1986).
- [4] C. C. Gerry, *Phys. Rev. A* **59**, 4095(1999).
- [5] C. C. Gerry and P. L. Knight, *Am. J. Phys.* **65**, 964(1997).
- [6] R. Glauber, *Phys. Rev.* **130**, 2529(1963).
- [7] R. Glauber, *Phys. Rev.* **131**, 2766(1963).
- [8] E. P. Wigner, *Phys. Rev.* **40**, 794(1932).
- [9] A. Ourjoumtsev, H. Jeong, R. Tualle-Brouri and P. Grangier, *Nature* **448**, 784 (2007).
- [10] C. C. Gerry and P. L. Knight, “Introductory Quantum Optics”, Cambridge University Press(2006). [KIAS](#)