언젠가는 좋은 공부를 할 수 있을 겁니다

내가 arithmetic algebraic geometry를 처음으로 접한 곳이 KIAS이다. 2000년 가을, 당시 서울대학교 대학원에 다니던 나는 현재 University College London에 계시는 김민형 선생님께서 개최한 Elliptic Curve에 대한 강의를 수강하였다. 그 때 나는 대수기하의 언어를 이용해서 공부하는 정수론을 처음으로 접했는데 Mordell-Weil theorem과 formal group을 이용하여 rational point들의 torsion part를 계산하는 것이 인상적이었다. 그때 시작한 인연으로 나는 2002년부터 김민형 선생님의 지도하에 arithmetic algebraic geometry를 공부하게 됐고, 2008년 여름에 학위를 마쳤다.

Arithmetic geometry는 정수론의 관점에서의 대수방정식의 문제를 기하학적인 방법을 이용하여 공부하는 분야이다. 이때 가장 중요한 대상은 정수환, 유리수체 혹은 수체 위에서의 해를 찾는 Diophantine equation이지만 일반적으로 이러한 대상들을 직접 공부하는 것은 몇 개의 자명한 예들 외에는 굉장히 어려운 일이다. 따라서 이러한 대상들을 우선 완비체, 완비환 혹은 유한체 위로 기저 변환(base change)을 통해 단순화 시킨 후에 부분적인 성질들을 공부할 필요가 있다. 특히 Alexander Grothendieck이 도입한 étale cohomology 이론에 의해 Weil conjecture가 풀리면서(Weil conjecture 중 Riemann hypothesis는 Pierre Deligne이 해결했다) 유한체 위로 단순화 된 대수다양체의 combinatorial data가 복소근들이 이루는 복소다양체의 기하학적인 성질들을 잘 보존함이 입증되었다. 뿐만 아니라 여러 유한체 위로 단순화된 대수다양체들의 정보를 종합하여 만든 zeta함수가 원래의 global object의 중요한 성질들을 결정할 것이라는 의견이 널리 받아들여지고 있는데 이는 Birch와 Swinnerton-Dyer의 가설과 Langlands의 계획 등으로 나타나 있다. 유한표수체 위의 대수기하는 이러한 정수론적 기원 외에 한편 복소기하나 고전적 대수기하(혹은 표수 0 위의 대수기하)와의 대칭적 혹은 비대칭적 성질들을 비교하면서 고전 기하에 쓰인 해석학적 방법의 대수학적 해석의 존재 가능성 혹은 불가능성을 연구하는 자체적 의미도 있다. 내가 주로 공부한 것은 매끄러운 완비 곡선이나 아벨다양체 위에서 Frobenius 변환에 의해 표현되는 성질의 일부인 p-rank에 대한 것이다. 매끄러운 완비 곡면이 매끄러운 완비 곡선 위로 반안정(semi-stable) fibration을 가질 때 일반 fiber의 p-rank와 표수 0 위에서는 항상 성립하는 반양성정리(semi-positivity theorem)의 관계를 설명한 것과 이를 응용하여 Miyaoka-Yau 부등식과 Picard scheme의 매끈함(smoothness)에 대한 Parshin의 예상의 반례를 만든 것이 내 학위논문의 내용이다.

자조적인 의미로 종신학생(tenured=ten yeared student)이라는 농담을 자주 하곤 했는데, 실제로 세 곳의 대학원에서 꼬박 10년을 공부했다. 역시 자조적인 의미로 얇을 박(薄) 자 薄士라는 농담을 하고는 했는데 졸업을 했지만 지식도 결과도 일천하고 앞으로 가야 할 길이 아득하게만 보인다. Grothedieck은 IHES에서 동료들과 SGA를 집필하던 전성기 10년 동안 매일 12시간을 공부를 했다고 한다. 우리가 쉽게 위대한 인간으로 간주하는 선학들도 실은 지독한 공부벌레였을 것이다(그 노력과 열정이 비범한 것이겠지만). 푸념을 늘어놓기 전에 얼마나 성실하게 살았는지 생각해 볼 일이다. KIAS

글 _ **장준명** · 고등과학원 수학부 연구원