저차원 다양체 연구, 게이지 이론으로 풀다!

글 _ 김진홍
한국과학기술원 수리과학과 교수

1. 고전적인 게이지 이론

필자는 원래 미분기하의 현대적인 경향에 대한 원고청탁을 받으면서 본인의 연구 분야가 순수한 미분기하라기보다는 미분기하와 미분위상기하의 중간정도에 위치하고 있다는 사실 때문에 주저하였다. 그러나 본인이 소개하고자 하는 저차원 다양체 연구와 게이지 이론에서도 리이만 구조가 중요하게 이용된다는 점을 고려하면 미분기하의 한 분야로 볼 수 있으며 최근의 연구에서 모든 학문이 통합되어 가는 경향이 뚜렷하다는 점에 용기를 얻어 글을 완성하였다.

그렇다면 저차원 다양체 연구과 게이지 이론이 무슨 연관이 있을까? 이 글의 목적은 게이지 이론을 이용하여 저차원 다양체를 어떤 방식으로 연구해 왔으며 현재 어떻게 연구하고 있고 앞으로 어떤 방향으로 나아가고 있는지를 간략하게 살펴보고자 하는 것이다. 또한, 이 글에서는 표면상으로는 게이지 이론을 이용하고 있지 않지만 게이지 이론에 기초를 두고 있는 이론으로 저차원 특히, 3차원 다양체 연구에 중요하게 이용되는 이론들도 소개하고자 한다.

글을 본격적으로 시작하기 전에, 독자의 이해를 돕기 위해 이 글의 제목을 비교적 자세히 설명할 필요가 있을 것 같다. 먼저 제목에 등장하는 용어 가운데 하나인 ‘저차원 다양체’란 무슨 뜻일까? 보통의 경우 저차원 다양체란 5보다 작은 3차원 또는

4차원 다양체를 일컫는다. 그렇다면 왜 5일까? 그것은 1961년 Smale이 5차원 이상의 다양체에 관한 Poincare 가설과 h-cobordism 정리를 해결하여 1970년대 중반까지 많은 중요한 연구업적이 완성되었다. 따라서 그 후에는 기하위상 분야의 연구대상이 3차원 또는 4차원 다양체에 집중되어 만들어진 용어이다.

3차원과 4차원 다양체는 5차원 이상의 다양체와 달리 5차원 이상에서 사용되는 여러 가지 편리한 이론을 적용할 수 없는 것으로 판명되었다. 그 가장 큰 이유는 차원이 너무 작아 마음대로 움직일 수 있는 여분의 차원이 부족하기 때문이다. 따라서 3차원 또는 4차원 다양체를 연구하기 위해서는 완전히 새로운 생각이 필요하였다. 3차원의 경우에는 Thurston에 의해 처음으로 제기되었고 3차원 다양체를 ‘기하학적’인 여러 부분으로 분해하여 분류할 수 있음을 말해주는 Thurston’ s Geometrization Conjecture를 해결하는 것이 대표적인 연구목표이다. 하지만 4차원의 경우에는 게이지 이론이 등장하기 전까지는 미분 4차원 다양체에 관한 의미 있는 연구를 진행하는 것이 거의 불가능한 상황이었다.

제목에 있는 또 다른 용어인 ‘게이지 이론’이란 무슨 뜻일까? 사실은 수학자들이 일상적으로 말하는 게이지 이론의 뜻은 물리학자들이 생각하는 게이지 이론과 본질적으로는 같지만 약간 차이가 있을 수 있다. 대체로 수학자들이 생각하는 게이지 이론은 방향성이 주어진 리이만 다양체를 기저로 가지며 구조 군이 G인 주 번들위에 정의된 접속 또는 접속의 미분을 이용하는 이론이다. 이 이론에서 게이지 군이란 구조군G 을 말하고 게이지 포텐셜은 바로 주 번들에서 정의된 접속의 다른 용어이다.

게이지 이론, 좀 더 정확하게는 Yang-Mills 이론을 처음으로 저차원 다양체 연구에 성공적으로 소개한 수학자는 바로 Oxford 대학의 Simon Donaldson이라고 말하는 데 이의가 없을 것이다. 그는 Michael Freedman이 교차형식을 사용하여 위상적 4차원 다양체의 분류를 완성한 직후, 위상적 4차원 다양체의 분류와 미분 4차원 다양체의 분류가 완전히 다르다는 결과를 Yang-Mills 이론을 통해 밝혔다. 이를 위해 그는 반 쌍대 Yang-Mills 방정식의 해인 Instanton을 이용하였다. Instanton은 $*$를 방향성과 리이만 구조를 통해 정의된 Hodge 작용소라 하고 접속 A의 곡률을 F^A라 할 때

$$F^A_+ = \frac{1}{2}(F^A + *F^A) = 0 \Leftrightarrow *F^A = -F^A$$

의 해를 말한다. 이 해는 사실 Yang-Mills 범함수인 $YM(A)=\int \| F^A \|^2$의 임계점으로 임계점의 방정식 $D_A^* F^A=0$과 Bianchi 등식 $D_A F^A=0$를 결합하면 F^A가 미분작용소 D_A에 관한 조화형식이 된다. 따라서 Yang-Mills 이론을 주 번들위에서 정의된 접속에 관한 조화함수 이론을 전개하는 것으로 이해할 수 있다.

1981~1982년에 Donaldson은 Instanton을 이용하여 만든 위상공간이 4차원 다양체의 미분구조에 관한 성질을 가지고 있음을 발견했다. 그 결과로 교차형식을 E_8으로 가지고 있는 위상적 4차원 다양체는 미분구조를 전혀 가지고 있지 않음을 보였으

며 그 후에 계산은 비록 쉽지 않지만 미분구조를 구별할 수 있는 다항식으로 된 미분 불변량을 정의하였다. 특히, 4차원 복소 대수 다양체의 경우에는 Instanton이 안정 복소 번들에 대응하고 따라서 이 경우에 Donaldson이 정의한 불변량은 자명하지 않게 된다. 하지만 Donaldson 불변량이 어떤 이유로 4차원 미분구조에 관한 성질을 가지고 있는가에 관한 철학적이고 직관적인 이유는 아직도 알려져 있지 않은 것 같다.

1994년 10월 말 또는 11월 초순경에 저차원 다양체 연구에 일대 사건이 일어났다. 그것은 10여 년 전에 Donaldson이 차원이 3으로 비교적 간단한 Lie 군인 SU(2)를 사용하는 Yang-Mills 이론으로 해결했던 4차원 다양체의 분류 결과를 더 간단한 Lie 군인 U(1)을 사용하여 해결할 수 있는 방법을 Seiberg와 Witten이 공동으로 발견했다는 소문이 여러 수학자들 사이에서 퍼지기 시작했던 것이다. 심지어 과장된 표현으로 Yang-Mills 이론의 시대는 가고 Seiberg-Witten 이론의 새로운 시대가 시작되었음을 알리는 'Yang-Mills Theory Is Dead!' 라는 문구까지 나돌기도 했다. 이와 같은 1994년의 상황은 마치 2002년 Perelman이 그의 세 논문을 ArXiv에 올린 뒤 여러 수학자들 사이에서 Poincare 가설을 해결했다는 소문이 퍼져 여러 관련 수학자들의 마음을 흥분시킨 것과 흡사했다.

Gauge Theory Is Dead!—Long Live Gauge Theory!

4차원 미분 다양체에 Seiberg-Witten 방정식을 정의하기 위해서는 먼저 Spin^C 구조를 택해야 한다. 이 구조를 간단히 설명하면 Spin^C 구조는 $SO(4)$군을 구조(군)으로 가지고 있는 틀 번들(frame bundle)을 기저로 가진 덮개로 구조군이 $\mathrm{Spin}^C(4) = SU(2) \times SU(2) \times_{Z_2} U(1)$인 번들을 의미한다. 이 번들을 이용하여 양과 음의 벡터번들 $V_\pm$와 행렬 선 번들 $L = \det(V_\pm)$을 만들 수 있다. 마지막으로 $V_+ \otimes V_+$에서 대칭 2차 형식 공간 Λ^2_+로 대응되는 사상 $\sigma : V_+ \otimes V_+ \to \Lambda^2_+$를 고려할 때 σ를 V_+을 자기 준동형사상으로 볼 수 있다. 또한, 리이만 구조로부터 유도된 Levi-Civita 접속을 이용하여 정의된 선 번들상의 접속 A의 공핵 미분과 Clifford 곱의 합성을 통해 Dirac 작용소 $D_A : \Gamma(V_+) \to \Gamma(V_-)$를 정의한다. 이 때 Seiberg-Witten 방정식은 접속 A와 $\phi \in \Gamma(V_+)$ 에 관한 두 방정식

$$D_A\phi = 0, F_+^A = i\sigma(\phi, \phi)$$

으로 구성된다. 이 두 방정식의 해 (A, ϕ)를 monopole이라 부른다. Yang-Mills 이론과 마찬가지로 monopole은 범함수

$$\int (\| F_+^A - i\sigma(\phi, \phi) \|^2 + \|D_A\phi\|^2)$$

의 임계점이며 번들의 자기 동형사상에 관한 작용으로 만든 상공간인 monopole 공간을 구성할 수 있다. Yang-Mills 공간과 비교했을 때, 이 공간의 가장 큰 장점은 이

공간이 컴팩트하다는 점이다.

결과적으로 Seiberg-Witten의 이론은 Yang-Mills 이론으로 해결할 수 있는 많은 결과를 좀 더 간단히 해결할 수 있는 방법을 제시했을 뿐만 아니라 Yang-Mills 이론으로는 접근이 거의 불가능해 보였던 Thom 가설과 같은 많은 문제를 해결하는 데 큰 역할을 수행한 것으로 평가된다. 그러나 Seiberg-Witten 이론으로는 접근이 불가능하지만 Yang-Mills 이론으로 쉽게 접근할 수 있는 문제가 존재하는 것도 간과할 수 없는 사실임을 주지할 필요가 있다. 이에 대해서는 3절에서 다시 언급할 것이다.

4차원 다양체 연구에 성공적이었던 Yang-Mills 이론을 처음으로 3차원 다양체에 성공적으로 적용한 수학자는 Andreas Floer였다. 그는 1991년 봄, 약 35세의 젊은 나이로 세상을 떠났지만 그의 학문적인 업적은 Floer homology라는 이름으로 지금까지도 계속되고 있다. Floer homoloy는 Casson의 생각을 좀 더 정제하여 얻어진 것으로 볼 수 있으며 Donaldson 불변량과 아주 밀접한 관련을 가지고 있다.

이를 좀 더 자세히 설명하기 위해서는 먼저 고전적인 Morse 이론을 이해할 필요가 있다. 이 이론의 핵심은 주어진 다양체의 위상과 다양체 상에서 정의된 Morse 함수의 임계점이 서로 밀접하게 연관되어 있다는 점에서 출발한다. Morse 지수를 Morse 함수의 임계점에서의 Hessian의 음이 고유치의 개수라 정의할 때, Morse 지수가 i인 임계점을 모아 만든 자유 군을 C_i라 하자. 이 때, 경계사상 $\partial_i: C_i \to C_{i-1}$를 두 임계점의 Morse 지수가 하나 차이가 나는 그레디언트 흐름들로 구성된 다양체의 개수를 부호를 고려하면서 세어 정의할 수 있으며 이렇게 하여 생성된 homology는 다양체의 singular homology와 동형임이 잘 알려져 있다.

이와 같은 Morse 이론을 3차원 다양체 적용하기 위해서는 먼저 $H_1(M, Z)=0$인 3차원 다양체 M과 실직선 R을 이용하여 만든 4차원 다양체 $M \times R$를 고려해야 한다. 그런 다음, M에 주어진 리이만 구조와 R에 있는 유클리드 구조를 이용하여 $M \times R$상에 리이만 구조를 부여한 뒤, M상에서 변수 t에 의존하는 접속 $A(t)$를 R에 해당하는 성분이 없는 $M \times R$상의 접속으로 확장하여 접속 A를 얻는다. $M \times R$ 위에서 정의된 A에 관한 반사 쌍대칭 instanton 방정식 $F^A = -*F^A$은 M상에서 그레디언트 흐름 방정식

$$\frac{dA(t)}{dt} = -*F^{A(t)}$$

이 된다. 사실, 이 흐름 방정식은 Chern-Simons 범함수

$$f(A) = -\frac{1}{8\pi^2}\int_M tr(A \wedge dA + \frac{2}{3} A \wedge A \wedge A)$$

의 그레디언트가 $df(A) = \frac{1}{4\pi^2} F^A$라는 사실을 이용하여 보일 수 있다. 또한, Chern-Simons 범함수의 임계점은 $F^A = 0$을 만족하는 평탄 접속이 된다는 사실도 이 방정식을 통해 알 수 있다. 따라서 위의 그레디언트 흐름 방정식은 두 개의 임계점을 잇는 가장 경사가 큰 경로이고 이 경로를 이용하여 접속들로 구성된 공간에서 Morse 이론을 전개하여 얻어진 이론이 바로 Floer homology이다. 이 경우에도 Morse 이론을

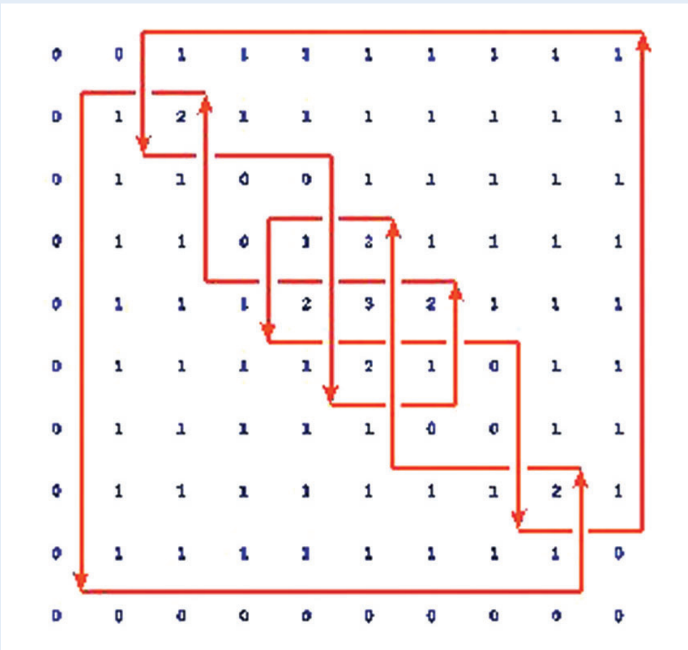
전개하기 위해서는 Morse 지수를 정의할 수 있어야 하지만 접속들로 구성된 공간 자체가 무한 차원 다양체이기 때문에 Morse 지수를 정상적인 방법으로는 정의할 수 없다. 하지만 두 임계점 사이의 Morse 지수의 차는 항상 유한하다는 사실을 이용하면 상대적 Morse 지수를 항상 정의할 수 있다. 따라서 이 경우에도 Floer는 수학적으로 아무런 문제없이 Morse 이론을 전개하여 Z_8차수가 붙은 Floer homology $HF_*(M)$군을 정의할 수 있다. Taubes는 Floer homology의 오일러 수가 Casson 불변량의 2배임을 보였다.

Floer는 위의 생각을 닫힌곡선 공간에 적용하여 컴팩트이고 심플렉틱인 다양체의 homology를 알아냈으며 여러 가지 경우에 대하여 Arnold 가설을 해결하였다. 뿐만 아니라, 최근에 유행하고 있는 Heegaard-Floer homology의 모태가 되는 Lagrangian Floer homoloy를 발견하였다. 즉, 그는 Lagrangian Floer homoloy를 정의하기 위해 심플렉틱 다양체에 매장된 두 개의 Lagrangian 다양체를 잇는 경로로 구성된 공간에 심플렉틱 작용을 정의한 뒤 심플렉틱 다양체 상에 정의되어 있는 유사 복소 구조에 관한 Cauchy-Riemann 방정식을 만족하는 부분 공간을 이용하여 Morse 이론을 전개하였다. 이러한 일련의 수학적 결과는 현재 저차원 다양체 연구에 커다란 영향을 미치고 있다.

2. 현대적인 게이지 이론을 통한 3차원 다양체 연구

위에서 언급된 '고전적인 게이지 이론'은 저차원 다양체 연구에 이용되는 여러 가지 중요한 현대적인 수학적 이론의 바탕이 되었다. 이 절에서는 특히 3차원 다양체 연구에 중요하게 이용되고 있는 이론들을 소개하고자 한다.

Floer가 발견한 Lagrangian 교차 이론은 최근에 Ozsvath와 Szabo에 의해 그 의미가 한층 더 높아지고 있다. Ozsvath와 Szabo는 2002년 공동으로 Heegaard-Floer 이론을 발견하였는데, 이 이론은 Gromov가 발전시킨 유사 복소 원판에 관한 이론에 그 기저를 두고 있다. 이 이론에서는 주어진 3차원 다양체를 Heegaard 곡면 Σ을 공유하는 경계가 있는 두 개의 3차원 다양체인 Heegaard 다양체로 분해하여 연구한다. 이와 같은 수학적 생각은 Casson이 처음으로 하였는데, 그는 적당한 조건을 만족하는 3차원 다양체를 두 개의 Heegaard 다양체로 분해한 뒤 두 다양



[그림 1] 조합적 Heegaard-Floer 이론에 사용되는 Grid 다이어그램의 예 (매듭 7_2)

체의 특성 다양체로부터 불변량은 얻었다.

Heegaard-Floer 이론은 주어진 3차원 다양체의 Heegaard 곡면과 두 종류의 닫힌 단순곡선들의 모임으로 구성된 Heegaard 다이어그램 (Σ,α,β)에서 출발한다. Heegaard 곡면의 종수(genus)를 g라 할 때, α와 β는 각각 g개의 서로 교차하지 않는 단순 닫힌곡선 $a_1, a_2, \cdots, a_g$와 $b_1, b_2, \cdots, b_g$로 구성되어 있다. 위의 닫힌곡선의 곱인 $T_a=a_1\times a_2\times\cdots\times a_g$와 $T_b=b_1\times b_2\times\cdots\times b_g$는 차원이 $2g$인 심플렉틱 g차 대칭곱 $\mathrm{Sym}^g(\Sigma)$의 Lagrangian 부분 다양체이다. 이 두 Lagrangian 부분 다양체를 이용하여 주어진 3차원 다양체의 정보를 얻는 가장 간단한 방법은 단순히 두 부분 다양체의 교차수를 계산하는 것이지만 좀 더 의미 있는 정보를 얻기 위해 Lagrangian 다양체를 이용하여 Floer homology를 구성한다. 이 이론은 기존의 게이지 이론과 그 구성에 있어서 겉으로는 상당한 차이를 보인다. 하지만 그 기원은 게이지 이론에서 출발했기 때문에 게이지 이론과 어떤 관계가 존재할 것으로 믿어지고 있다.

Ozsvath와 Szabo는 3차원 다양체에 관한 Heegaard-Floer 이론은 매듭이론에 적용하였다. 이것은 두 개의 고정점 w와 z를 $\Sigma-a$에서 γ_1으로 연결하고 $\Sigma-b$에서 γ_2에서 연결한 뒤 γ_1과 γ_2를 각각의 3차원 Heegaard 다양체로 밀어 3차원 다양체에 매듭 K를 얻을 수 있다. 반대로 주어진 3차원 다양체에 있는 매듭 K에 대해 위의 조건을 만족하는 Heegaard 다이어그램을 찾을 수 있다. 그들은 이 다이어그램을 이용하여 Heeggard-Floer homology를 구성한 뒤 매듭에 관한 많은 정보를 알아냈다.

최근에는 이러한 구성을 [그림 1]과 같이 Grid 다이어그램을 통해 순수하게 조합적으로 할 수 있는 방법이 발견되어 연구가 활발히 진행되고 있다.

또한 이 이론은 3차원 다양체의 접촉기하 구조의 연구에도 큰 영향을 미치고 있다. 접촉구조는 임의의 홀수 차원 다양체에서 정의되는 기하구조로 2차원의 '완벽하게' 적분가능하지 않는 분포를 말한다. 접촉구조는 기하 및 위상적 측면에서 볼 때, 3차원 다양체에서 그 의미가 더 크며 overtwisted와 tight 접촉구조 두 종류로 분류된다.

이와 같은 접촉구조는 짝수차원에서만 정의되는 심플렉틱 구조와 많은 점에서 유사하다. 3차원 다양체를 연구함에 있어 접촉구조의 중요성은 이 구조가 엽상구조와 같은 3차원 다양체의 다른 중요한 위상적 성질들과 서로 밀접한 관계가 있기 때문이다. 최근 들어 이런 접촉구조는 Seiberg-Witten 이론을 적용하여 경계가 있는 4차원 심플렉틱 다양체와 밀접한 관계가 있음이 증명되면서 미분 위상기하의 중요한 연구 분야 중 하나로 부상하였다.

접촉기하의 연구는 주어진 3차원 다양체에 존재하는 접촉구조의 존재성과 그 분류에 초점이 맞추어져 왔고 접촉구조의 분류는 Giroux에 의해 처음 소개된 볼록 곡면 이론을 순수한 3차원 다양체 이론에 적용하여 얻어질 수 있다. 최근에 Heegaard-Floer 이론은 이와 같은 기존의 접촉구조 연구에 획기적인 역할을 하고 있다. 즉, Ozsvath와 Szabo는 3차원 다양체의 open book decomposition에 관한 Giroux의 결과를

이용하여 주어진 접촉구조에 대응하는 접촉 불변량을 Heegaard-Floer 이론에 정의하였다. 이 이론에 의하면 overtwisted 접촉구조의 불변량은 0이다. 따라서 불변량이 0이 아니라면 tight 접촉구조임을 알 수 있다.

또한, 접촉구조는 Eliashberg에 의해 소개된 contact homology을 통해서도 많이 연구되고 있다. 이 contact homology 이론은 주어진 3차원 접촉 다양체를 이용하여 4차원 심플렉틱 공간$(M \times R, d(e^t a))$을 구성한 뒤, Quatum Field 이론을 전개하는 것으로 볼 수 있다 즉, 이것은 4차원 다양체 $M \times R$에 있는 Reeb 벡터장에 의해 생성된 반복 궤도를 경계로 가지는 원통인 J-holomorphic 곡면들로 구성된 공간을 이용하는 Gromov-Witten 이론이다.

3. 현대적인 게이지 이론을 통한 4차원 다양체 연구

Seiberg-Witten 이론은 이미 4차원 다양체에 관련된 많은 문제를 해결하였다. 하지만 4차원 다양체 분류에 관한 문제는 아직까지도 해결되지 못하고 있으며 상대적으로 오랜 기간 연구가 이루어져 현재 연구되는 문제가 3차원 경우보다 적다고 말할 수 있다. 하지만 이 이론을 통한 4차원 다양체의 최근 연구는 좀 더 본질적이고 어려운 수학적 질문을 해결하려는 것에 집중되어 있다.

최근까지도 Seiberg-Witten 이론이 성공적으로 적용되고 있는 예로는 4차원 다양체의 특이 미분 구조 연구를 들 수 있다. 이 연구는 국내 학자를 포함한 국외 여러 학자들에 의해 활발히 진행되고 있으며 현재까지 발견된 예에 의하면 아주 흥미롭게도 4차원 다양체의 미분 구조는 항상 무한인 예 밖에 없다.

이러한 일련의 의미 있는 4차원 미분다양체의 특이 미분구조 연구에도 불구하고 4차원 미분다양체에 관한 Poincare 가설은 아직 미해결 상태이며 극소인 복소 사영다양체에 특이 미분 구조가 존재하는 가에 관한 기본적인 질문도 해결되지 못하고 있는 실정이다. 그 외에 4 차원 미분 다양체를 오일러 수와 부호수를 통해 분류하는 소위 지형도 문제가 중요한 문제로 연구되고 있다.

Bauer와 Furuta는 최근에 기존의 Seiberg-Witten 불변량을 좀 더 정량화하여 구의 cohomotopy 군에 값을 갖는 새로운 불변량을 정의하였다. 이러한 Bauer-Furuta 불변량은 심플렉틱 다양체를 분류하기 위해 Tian-Jun Li에 의해 성공적으로 이용되는 등 stable homotopy 형태의 Seiberg-Witten 이론 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히, 이러한 새로운 해석은 K3 공간과 같은 4차원 다양체에 작용하는 유한군의 연구를 가능하게 하였다.

Seiberg-Witten 이론으로 대표되는 현대적인 게이지 이론은 4차원 다양체에 관한 중요한 문제를 해결하였다. 하지만 앞서 1절에서 언급한 바와 같이 아직 Yang-Mills 이론이 중요하게 이용되는 경우를 많이 찾아볼 수 있다. 특히 첫 번째 베티수가 1이고 Kodaira 차원이 음의 무한대인 컴팩트 복소 다양체 class VII 다양체의 분류에 Instanton을 사용하는 Yang-Mills 이론이 중요하게 이용되고 있다. 이와 같은 class

VII 다양체는 두 번째 베티수의 양의 부분이 0이므로 기존의 Seiberg-Witten 이론으로는 해결할 수 없는 문제이다.

4. 게이지 이론의 전망

지금까지 게이지 이론을 통해 저차원 다양체가 어떻게 연구되어 왔는지 간단히 고찰해 보았다. 게이지 이론과 이와 관련된 기하문제는 Donaldson이 Yang-Mills 이론을 통해 4차원 다양체에 관한 여러 중요한 문제를 해결한 이후로 저차원 다양체 연구에 중요한 연구 방법이 되었다. 게이지 이론을 저차원 다양체 연구에 유용하게 이용할 수 있는 근본적인 원리는 아직까지도 베일에 가려져 있다고 말할 수 있다. 하지만 게이지 이론의 초보적인 원리만으로도 수학의 많은 문제를 해결하도록 하는 저력이 게이지 이론에 숨겨져 있음을 최근의 연구 경향과 결과에 비추어 짐작함에 부족함이 없다.

마지막으로 앞에서 소개되었던 'Gauge Theory Is Dead!-Long Live Gauge Theory'라는 역설적 문구가 뜻하는 바를 필자 나름대로 해석하면서 글을 마치고자 한다. 필자는 위 문구의 진정한 뜻은 어떤 하나의 게이지 이론 그 자체는 어떤 중요한 문제를 해결하는 것으로 소명을 다 할 수 있지만, 그 이론에 숨어있는 근본적인 생각은 계속 이어져 또 다른 중요한 문제를 해결하는 새로운 게이지 이론을 탄생하게 하는 힘이 있음을 의미한다고 생각한다. 따라서 게이지 이론은 앞으로도 다양한 수학적 문제를 해결하는 데 중요하게 이용될 것이 분명하다.

Profile

김진홍 교수 한국과학기술원 수리과학과 교수이다. 서울대학교 수학교육과와 수학과 대학원을 졸업, 1999년 미국 버클리 대학에서 수학 박사학위를 받았다. 최근에는 3차원 다양체의 접촉구조와 심플렉틱 군작용 등을 연구하고 있고 "Rigidity of periodic diffeomorphisms of homotopy K3 surfaces" 등의 논문이 있다.